

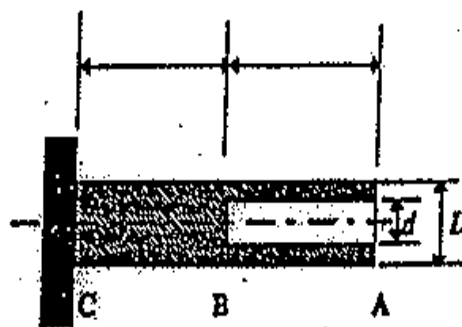
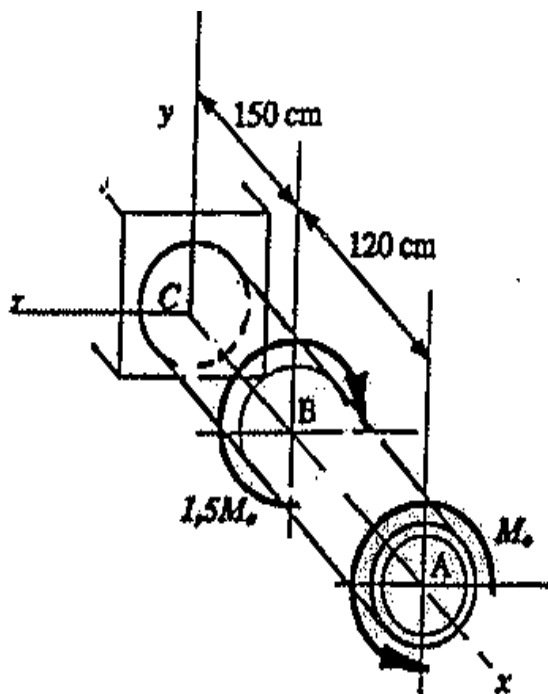
TORÇÃO

1. (P3 - 2009) A barra ABC é engastada em C e livre em A. Na seção A, existe um momento torçor aplicado M_0 e na seção B há um momento torçor aplicado de valor $1,5 M_0$, como indicado na figura abaixo. A seção transversal do trecho AB da viga é uma coroa circular, enquanto a seção transversal da viga no trecho BC é um círculo maciço. Pede-se:

- Fazer o diagrama de momento torçor.
- Calcular a máxima tensão de cisalhamento que ocorre na barra.
- Calcular o coeficiente de segurança.
- Calcular o giro da seção A em relação à seção C.

Considere positivo o sentido horário. Expresse o giro em graus.

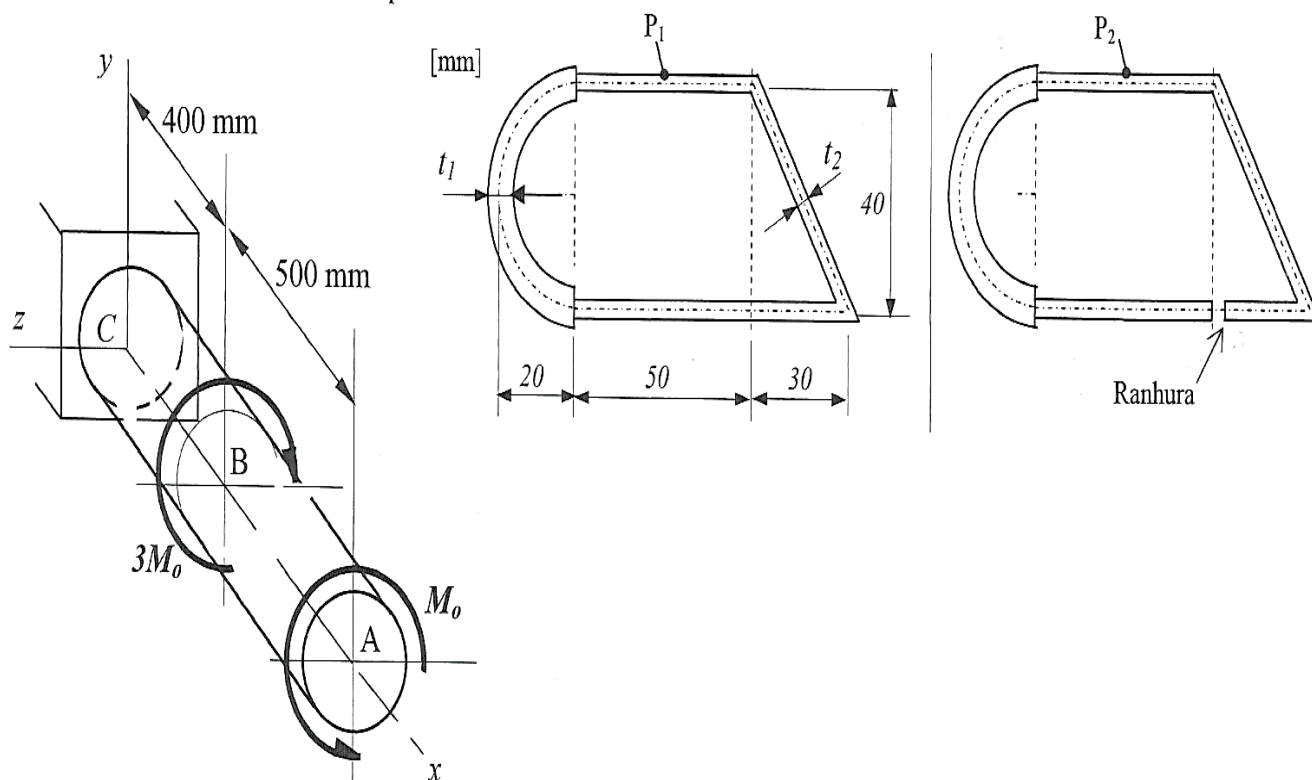
Dados: $M_0 = 10000 \text{ kgf.cm}$, $G = 800000 \text{ kgf/cm}^2$, tensão de ruptura ao cisalhamento $\tau_R = 1200 \text{ kgf/cm}^2$, diâmetro externo da barra $D = 5 \text{ cm}$, diâmetro interno do trecho AB é $d = 4 \text{ cm}$.



2. (P3 – 2014) A barra ABC é engastada em C e livre em A. Na seção A, existe um momento torçor aplicado M_o , na seção B há um momento torçor aplicado de valor $3M_o$, como indicado na figura abaixo. Estão sendo consideradas duas seções transversais para esta barra: 1) Seção de parede fina fechada, com as dimensões indicadas na figura e espessuras t_1 , t_2 . 2) Seção de parede fina aberta, com as mesmas dimensões do perfil fechado, porém com uma ranhura de dimensão desprezível. Para as duas seções determine:

Dados: $M_o = 150 \text{ N.m}$, $G = 80.000 \text{ N/mm}^2$, $AB = 500 \text{ mm}$, $BC = 400 \text{ mm}$, $t_1 = 4 \text{ mm}$, $t_2 = 2 \text{ mm}$.

Obs.: A ranhura tem dimensão desprezível.

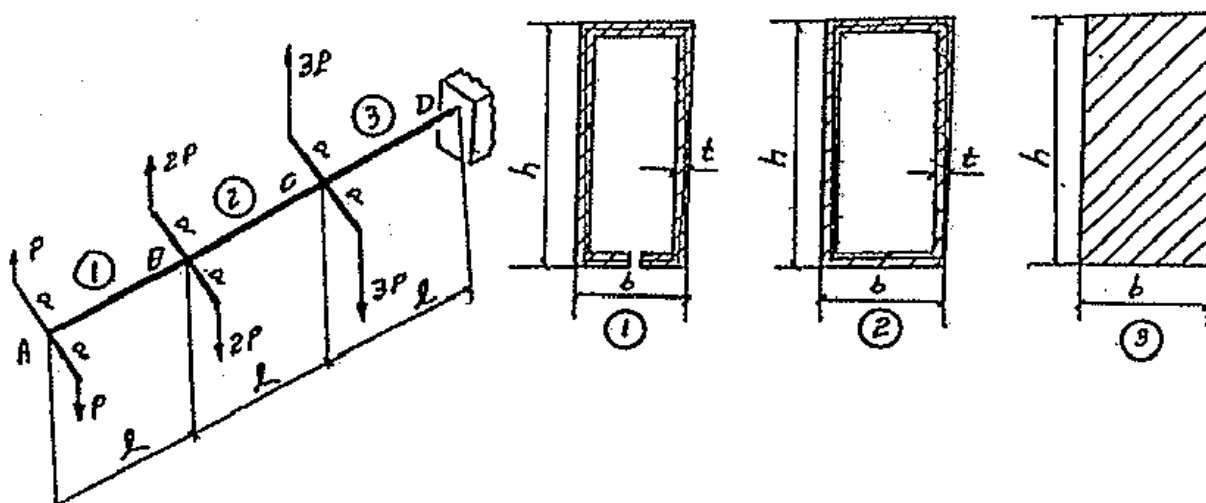


- Faça o diagrama de momento torçor.
- O módulo de resistência à torção, W_t (valor numérico, não literal).
- O momento polar de inércia ou constante de torção de Saint-Venant, I_t (valor numérico, não literal).
- A tensão de cisalhamento atuante no ponto P_1 da seção (1) e P_2 da seção (2) na seção de engastamento da barra. Utilize o valor do momento torçor M_o dado abaixo.
- Determinar o máximo momento torçor $M_{o\max}$ que pode ser aplicado na barra, considerando a máxima rotação relativa entre as seções A e C, $\Delta_{\varphi A/C} = 2^\circ$.

3. (P3 - 2010) A peça ABCD apresenta o trecho AB (1) tubular com uma ranhura de espessura desprezível, o trecho BC (2) tubular fechado e o trecho CD (3) de seção retangular maciça. Determinar:

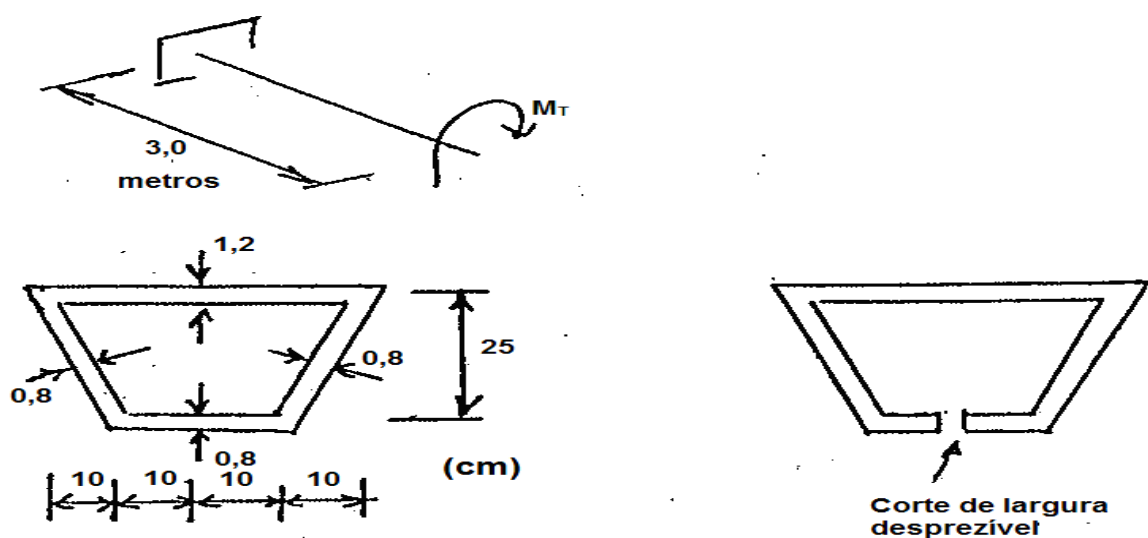
- a) Diagrama de momento torçor.
b) Momento de inércia à torção e módulo de resistência à torção de cada seção.
c) Máxima tensão de cisalhamento em cada trecho. d) ângulo de rotação total entre A e D.

Dados: $b = 10 \text{ cm}$, $h = 20 \text{ cm}$ (dimensões externas), $t = 0,5 \text{ cm}$ (espessura constante), $a = 30 \text{ cm}$, $L = 100 \text{ cm}$, $P = 10 \text{ kgf}$ e $G = 8.10^5 \text{ kgf/cm}^2$.



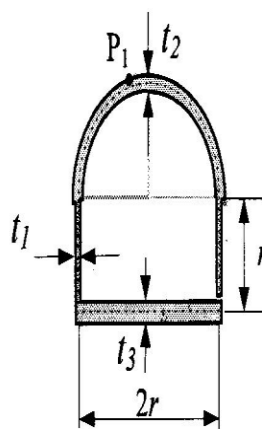
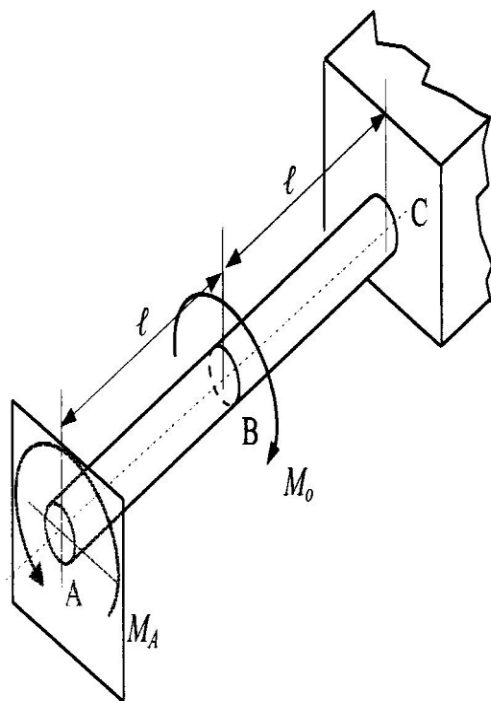
4. (P3 - 2007) Calcular o máximo valor de M_t para a barra abaixo pela condição de resistência e rigidez para as duas seções indicadas. *Cotas em relação à linha média.*

Dados: $\tau = 600 \text{ kgf/cm}^2$, $\Delta\theta = 2^\circ/\text{m}$ e $G = 800.000 \text{ kgf/cm}^2$

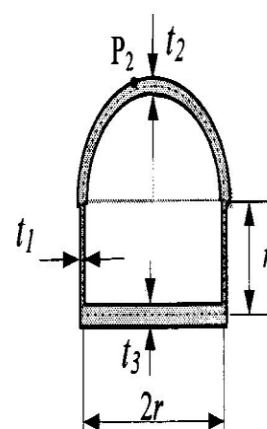


5. (P3 - 2013) Uma barra ABC de comprimento 2λ , está engastada em C e em A. A barra está sujeita a um momento torçor M_0 aplicado na seção B. A seção transversal da barra é composta de um segmento semicircular (raio r e espessura t_2), dois segmentos retos (comprimento r e espessura t_1) e um segmento reto (comprimento $2r$ e espessura t_3). As espessuras são diferentes, sendo $t_1 < t_2 < t_3$. Os segmentos foram soldados de modo que a seção transversal ficou com a forma mostrada na figura. Porém, no trecho AB, uma das arestas não foi soldada, de modo que neste trecho a seção transversal é aberta, enquanto que no trecho BC a seção é fechada. Pede-se:

- O módulo de resistência à torção, W_t (valor numérico, não literal) das seções de cada trecho.
- A constante de torção Saint-Venant, I_t (valor numérico, não literal) das seções de cada trecho.
- O valor do momento torçor, M_A , reação no engastamento em A.
- As tensões de cisalhamento atuantes nos pontos: P_1 do trecho AB; e P_2 , do trecho BC. Para este cálculo admita que o momento torçor em cada trecho é $M_t = 0,5 \times 10^6 \text{ Nmm}$.



Trecho AB: seção aberta.

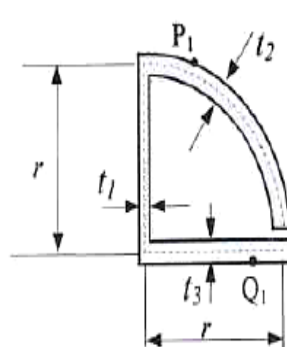
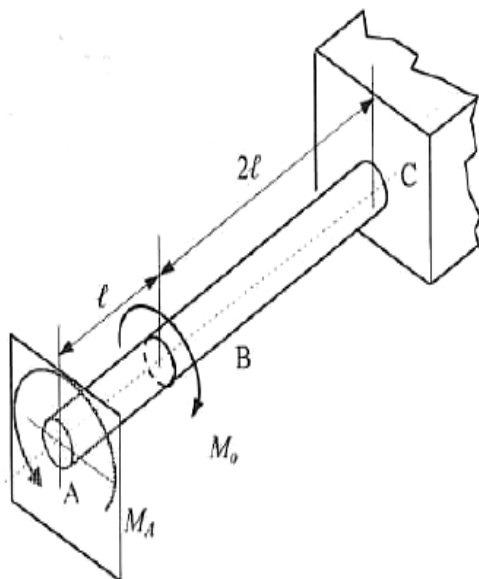


Trecho BC: seção fechada.

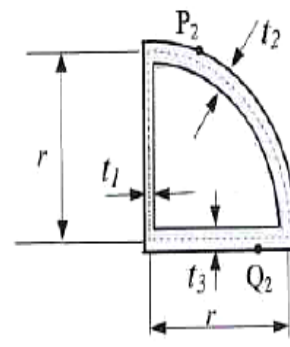
Dados: $\ell = 1000 \text{ mm}$, $r = 60 \text{ mm}$, $t_1 = 2 \text{ mm}$, $t_2 = 4 \text{ mm}$, $t_3 = 6 \text{ mm}$, $M_0 = 0,5 \times 10^6 \text{ Nmm}$, $G = 81 \text{ GPa}$.

6. (P3 - 2015) Uma barra ABC de comprimento 3λ , está engastada em C e em A. A barra está sujeita a um momento torçor M_0 aplicado na seção B. A barra foi fabricada a partir de 3 chapas, cada uma de comprimento 3λ e espessuras diferentes $t_1 < t_2 < t_3$. As chapas foram soldadas de modo que a seção transversal ficou com a forma mostrada na figura. Porém, no trecho AB, uma das arestas não foi soldada, de modo que neste trecho a seção transversal é aberta, enquanto que no trecho BC a seção é fechada. Pede-se:

- O módulo de resistência à torção, W_t (valor numérico, não literal) das seções de cada trecho.
- A constante de torção Saint - Venant, I_t (valor numérico, não literal) das seções de cada trecho.
- O máximo valor do momento torçor que pode ser aplicado com segurança, pelo critério da resistência.
- Sabendo – se as tensões de cisalhamento devido a um momento torçor atuantes nos pontos: P_1 do trecho AB e P_2 do trecho BC são $\tau_{P_1} = \tau_{P_2} = 40\text{MPa}$, determine as tensões nos pontos Q_1 do trecho AB e Q_2 do trecho BC.



Trecho AB: seção aberta.



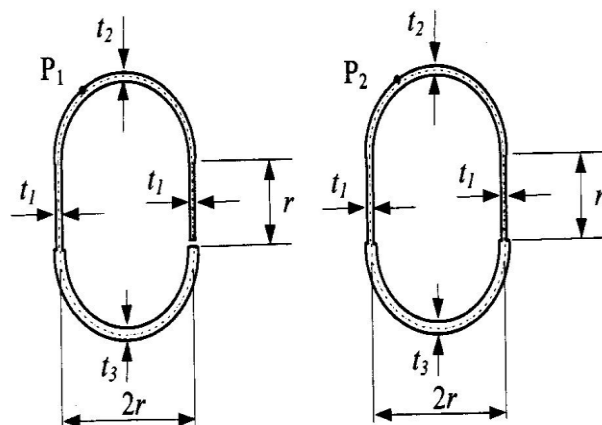
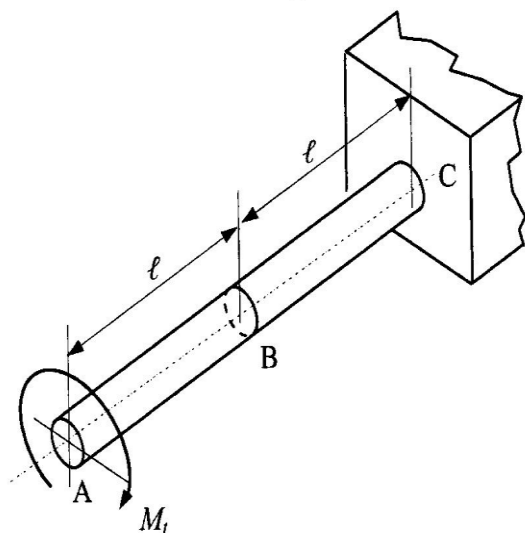
Trecho BC: seção fechada.

Dados: $\ell = 1000\text{ mm}$, $r = 60\text{ mm}$, $t_1 = 2\text{ mm}$, $t_2 = 3\text{ mm}$, $t_3 = 4\text{ mm}$, $G = 81\text{ GPa}$, $\bar{\tau} = 120\text{ MPa}$.

Exercícios Extras

7. (P3 - 2013) Uma barra ABC de comprimento 2λ , esta engastada em C e livre na seção A. A barra está sujeita a um momento torçor M_1 . A seção transversal da barra é composta de dois segmentos semicirculares (raio r) e dois segmentos retos (comprimento r). Os segmentos têm espessura t_1 , um dos segmentos semicirculares tem espessura t_2 e o outro tem espessura t_3 . As espessuras são diferentes, sendo $t_1 < t_2 < t_3$. Os segmentos foram soldados de modo que a seção transversal ficou com a forma ovalada, conforme mostra a figura. Porém, no trecho AB, uma das arestas não foi soldada, de modo que neste trecho a seção transversal é aberta, enquanto que no trecho BC a seção é fechada. Pede-se:

- O módulo de resistência à torção, W_1 (valor numérico, não literal) das seções de cada trecho.
- A constante de torção Saint-Venant, I_1 (valor numérico, não literal) das seções de cada trecho.
- O valor do momento torçor, M_1 , de modo que a rotação da seção A em relação a C seja menor ou igual a admissível, $\Delta\phi_{A/C}$.
- As tensões de cisalhamento atuantes nos pontos: P_1 do trecho AB; e P_2 , do trecho BC. Para este cálculo admita que o momento torçor é $M_1 = 0,5 \times 10^6$ Nmm.



Trecho AB: seção aberta.

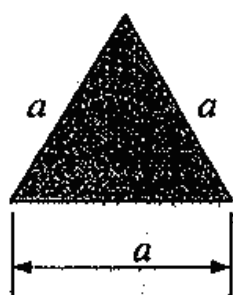
Trecho BC: seção fechada.

Dados: $\ell = 1000$ mm, $r = 50$ mm, $t_1 = 2$ mm, $t_2 = 3$ mm, $t_3 = 4$ mm, $\Delta\phi_{A/C} = 2^\circ$, $G = 81$ GPa.

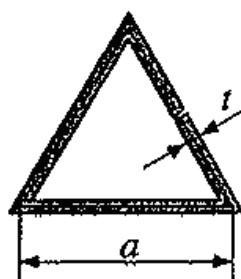
8. (P3 - 2006) A barra de comprimento L , estará sujeita a um momento torçor M_t . Estão sendo consideradas três seções transversais para esta barra: 1. seção triangular (equilátero) maciça, de lado a ; 2. seção triangular de parede fina aberta, lado da linha média a e espessura t ; 3. seção triangular de parede fina fechada, lado de linha média a e espessura t . Para as três seções, determine:

- O módulo de resistência da torção.
- O “momento de inércia” da torção.
- A máxima tensão de cisalhamento atuante.
- A rotação relativa, $\Delta\phi$, entre as seções distantes L .

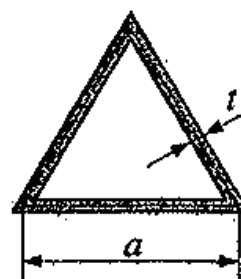
Expresse os resultados em termos de L , a , t , M_t e G .



1. Seção maciça



2. Seção aberta

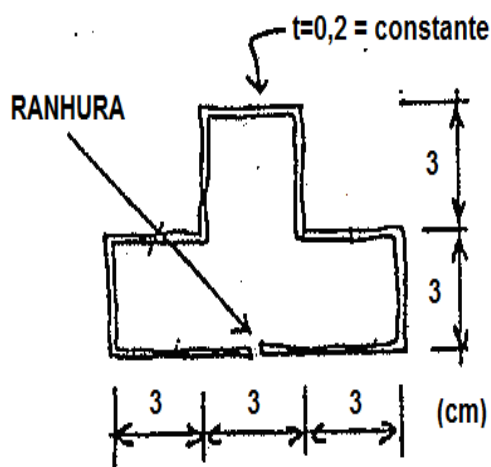
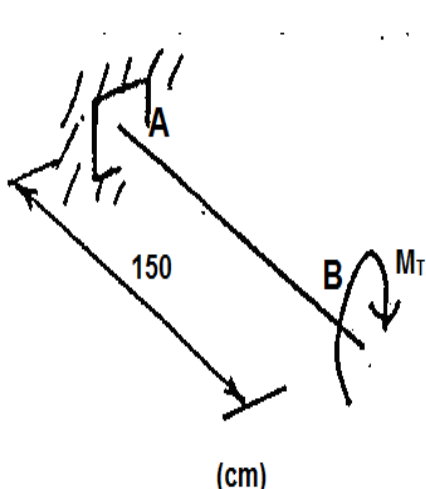


3. Seção fechada

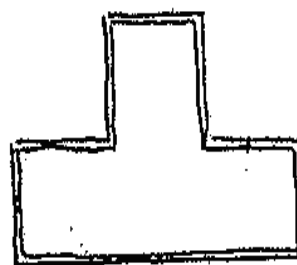
9. (P3 - 2011) Calcular o máximo valor de M_t para a barra abaixo pela condição de resistência e rigidez para as duas seções normais indicadas.

Dados: $\tau = 900 \text{ kgf/cm}^2$ $\Delta\theta = 0,5^\circ/\text{m}$ $G = 0,8 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}^2$

Cotas em relação ao perímetro médio do perfil.



Seção tipo 1

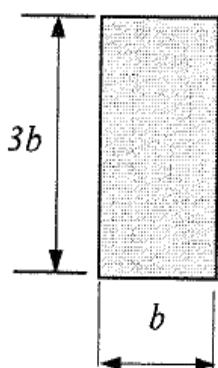


Contínuo: seção tipo 2
(todas as dimensões
idênticas às do tipo 1)

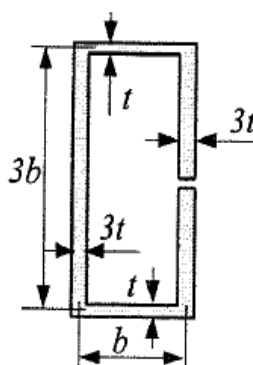
10. (P3 - 2012) Para cada uma das três seções abaixo, pede-se:

- O módulo de resistência à torção.
- O “momento de inércia” à torção.
- A máxima tensão de cisalhamento atuante.
- A rotação relativa, $\Delta\phi$, entre as seções distantes L .

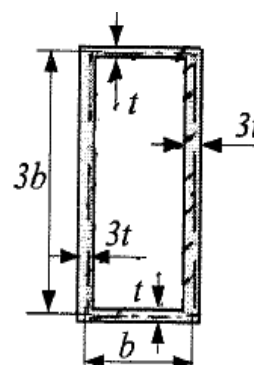
Expresse os resultados em termos de L , b , t , M_t e G .



1. Seção maciça



2. Seção aberta



3. Seção fechada

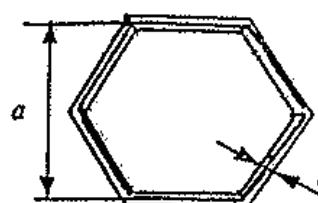
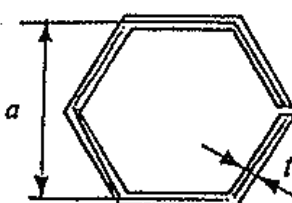
11. (P3 - 2011) Uma barra de comprimento $L = 1,5$ m estará sujeita a um momento torçor $M_t = 250$ Nm. Estão sendo consideradas três seções transversais para esta barra:

- seção hexagonal maciça, de medida $a = 30$ mm.
- seção hexagonal de parede fina aberta, de medida $a = 30$ mm e espessura $t = 4$ mm.
- seção hexagonal de parede fina fechada, de medida $a = 30$ mm e espessura $t = 4$ mm.

Para as três seções, determine:

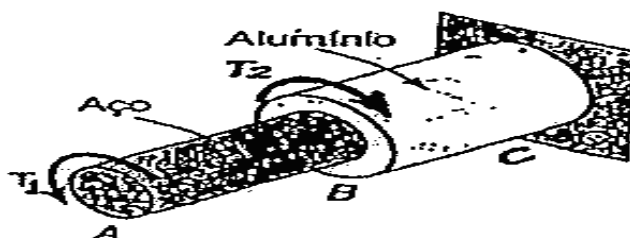
- Calcular a máxima tensão de cisalhamento que ocorre.
- Calcular a rotação $\Delta\phi$, entre as seções distantes L .

Expressar as tensões em MPa e a rotação em graus. Dado: $G = 80$ GPa.



12. (P3 - 2008) O eixo AB de aço é feito com uma tensão admissível ao cisalhamento de 90 MPa e o eixo BC de uma liga de alumínio com tensão admissível de cisalhamento de 60 MPa. Sabendo-se que o diâmetro do eixo AB é de 30 mm e o diâmetro de BC é de 50 mm:

- a) Determine o torque T_1 que pode ser aplicado, respeitando a condição de resistência.
b) Para o valor de $T_1 = 250 \text{ kN.m}$, calcular o ângulo de torção total entre as seções A e C.
Dados: Comprimento do trecho AB = 1000 mm, comprimento do trecho BC = 800 mm, $G_{\text{aço}} = 26 \text{ GPa}$, $G_{\text{al}} = 75 \text{ GPa}$ e $T_2 = 4 T_1$.



Gabarito dos Extras

7. a) $W_{AB} = 1258 \text{ mm}^3$ e $W_{BC} = 51416 \text{ mm}^3$ b) $I_{AB} = 5031 \text{ mm}^4$ e $I_{BC} = 4,67 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$
c) $M_{\text{max}} = 14,2 \cdot 10^3 \text{ Nmm}$ d) $\tau_{P1} = 298 \text{ MPa}$ e $\tau_{P2} = 6,48 \text{ MPa}$

8. a) $w_1 = 0,05a^3$, $w_2 = at^2$ e $w_3 = \frac{\sqrt{3}a^2t}{2}$ b) $I_1 = 0,0217a^4$, $I_2 = at^3$ e $I_3 = \frac{a^3t}{4}$

- c) $\tau_{1,\text{MAX}} = \frac{M_T}{0,05a^3}$, $\tau_{2,\text{MAX}} = \frac{M_T}{a \cdot t^2}$ e $\tau_{3,\text{MAX}} = \frac{2M_T}{\sqrt{3}a^2t}$

- d) $\Delta\theta_1 = \left(\frac{M_T \cdot L}{G \cdot 0,0217a^4} \right) \cdot \frac{180}{\pi}$, $\Delta\theta_2 = \left(\frac{M_T \cdot L}{G \cdot at^3} \right) \cdot \frac{180}{\pi}$ e $\Delta\theta_3 = \left(\frac{4M_T \cdot L}{G \cdot a^3t} \right) \cdot \frac{180}{\pi}$

9. $M_{T,\text{MAX}} = 5,59 \text{ kgf.cm}$

10. a) $w_1 = 0,801b^3$, $w_2 = 18,22bt^2$ e $w_3 = 6b^2t$ b) $I_1 = 0,789b^4$, $I_2 = 54,67 \cdot b \cdot t^3$ e $I_3 = 9b^3t$

- c) $\tau_{1,\text{MAX}} = \frac{M_T}{0,801b^3}$, $\tau_{2,\text{MAX}} = \frac{M_T}{18,22 \cdot b \cdot t^2}$ e $\tau_{3,\text{MAX}} = \frac{M_T}{6b^2t}$

- d) $\Delta\theta_1 = \frac{M_T \cdot L}{G \cdot 0,789b^4}$, $\Delta\theta_2 = \frac{M_T \cdot L}{G \cdot 54,67 \cdot b \cdot t^3}$ e $\Delta\theta_3 = \frac{M_T \cdot L}{G \cdot 9 \cdot b^3 \cdot t}$

11. a) $\tau_{1,\text{MAX}} = 49,3 \text{ MPa}$, $\tau_{2,\text{MAX}} = 451 \text{ MPa}$ e $\tau_{3,\text{MAX}} = 40,1 \text{ MPa}$

- b) $\Delta\theta_1 = 2,88^\circ$, $\Delta\theta_2 = 121,14^\circ$ e $\Delta\theta_3 = 2,87^\circ$

12. a) $T_1 = 477129,4 \text{ Nmm}$ b) $\Delta\theta = -0,25^\circ$