1. ELETROSTÁTICA

Densidade de cargas elétricas: linear $\lambda = \frac{dq}{dL}$

superficial $\sigma = \frac{dq}{dA}$ volumétrica $\rho = \frac{dq}{dV}$

Força Eletrostática – Lei de Coulomb:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \hat{r}$$

Campo Elétrico: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

Distribuição discreta de cargas: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_n \frac{q_n}{r_n^2} \hat{r}_n$

Distribuição contínua de cargas: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$

Lei de Gauss – Fluxo do vetor campo elétrico através da

superfície fechada S: $\phi = \oiint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$

Trabalho da força elétrica:

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \text{ou} \quad W_{a \rightarrow b} = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Energia potencial elétrica:

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U_{ab} = -(U_b - U_a) \quad \text{ou} \quad \Delta U_{ab} = - \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Potencial elétrico: $V = \frac{U}{q_0}$

Distribuição discreta de cargas $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_n \frac{q_n}{r_n}$

Distribuição contínua de cargas $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$

Diferença de potencial (ddp): $\Delta V_{ab} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$

Gradiente $\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k}\right)$

Capacitância: $C = \frac{q}{\Delta V}$ ou $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$

Energia no capacitor: $U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2$

Densidade de energia: $u = \frac{U}{v} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Constante dielétrica: $\kappa = \frac{C}{C_0}$

Permissividade do dielétrico: $\epsilon = \kappa \epsilon_0$

2. ELETRODINÂMICA

Corrente elétrica: $I = \frac{dq}{dt}$

Fluxo do vetor densidade de corrente elétrica através da superfície fechada A: $I = \oiint_A \vec{J} \cdot \hat{n} dA$ ou $J = \frac{I}{A}$

Lei de Ohm: $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, sendo σ (constante) a condutividade elétrica do metal.

Resistência elétrica: $\frac{1}{R} = \sigma \frac{A}{L}$

Diferença de potencial: $\Delta V = RI$

Potência dissipada $P_d = I \Delta V = RI^2$

Equação da continuidade: $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

3. MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS

MHS: $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ com $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$

Pêndulo simples: $k = m\omega^2$

Energia mecânica:

$$E_M = U + K = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} k A^2$$

Movimento subamortecido: $\omega_0^2 > \gamma^2$ com $\gamma = \frac{b}{2m}$

$$x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi) \quad \text{com} \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

Movimento criticamente amortecido: $\omega_0 = \gamma$

$$x(t) = (A + Bt) e^{-\gamma t}$$

Movimento super-amortecido: $\omega_0^2 < \gamma^2$

$$x(t) = e^{-\gamma t} (A e^{\omega_A t} + B e^{-\omega_A t}) \quad \text{com}$$

$$\omega_A = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

Energia mecânica: $\frac{dE_M}{dt} \neq 0$

Movimento oscilatório forçado: $x(t) = x_T(t) + x_P(t)$

Solução permanente: $x_P(t) = A(\omega_F) \sin(\omega_F t - \phi)$

$$A(\omega_F) = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_F^2)^2 + 4\gamma^2 \omega_F^2}}$$

Frequência de ressonância: $\omega_F = \omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$

ELETROMAGNETISMO

Força magnética: $\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$

Força de Lorentz:

$$\vec{F} = q [\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})] = q [\vec{E} + (\vec{v} \wedge \vec{B})]$$

Campo de indução magnética:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \wedge \hat{r}}{r^2}$$

Força magnética sobre um condutor: $\vec{F} = I \vec{L} \wedge \vec{B}$

Lei de Gauss do magnetismo: $\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = 0$

Torque do dipolo magnético: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

Momento magnético: $\vec{\mu} = I \cdot Area \cdot \vec{n}$

Lei de Ampère: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I_{int}$

Lei de Faraday: $\varepsilon_{em} = -\frac{d\Phi}{dt}$

Indutância: $L = N \cdot \frac{\Phi}{I}$ e $\varepsilon_{em} = -L \frac{dI}{dt}$

Energia no indutor: $U = \frac{1}{2} LI^2$

Densidade de energia: $u = \frac{U}{v} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

Vetor de Poynting: $\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$

velocidade $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$

Intensidade da onda: $I = S_{medio} = \frac{E_{max} \cdot B_{max}}{2 \cdot \mu_0} = \frac{P}{A}$

ONDAS

Equação de onda unidimensional:

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$$

Função de onda harmônica:

$$\psi(x,t) = A \cos(kx \pm \omega t + \phi)$$

Potência média: $P = \frac{P_{max}}{2} = \frac{\sqrt{\mu_0 F \omega^2 A^2}}{2} = \frac{\mu_0 v \omega^2 A^2}{2}$

$$P = -F \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Ondas estacionárias:

$$\psi(x,t) = 2 \cdot A \cdot \sin(k \cdot x) \cdot \cos(\omega t)$$

Número de onda e frequência:

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot \pi}{v \cdot T} = \frac{\omega}{v}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$f = \frac{n}{2L} \cdot v \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{\omega}{k}$$

M.H.A. - Movimento Harmônico Amortecido

1) Dado o sistema massa-mola representado na figura a seguir, considerando que o bloco está preso a um lápis que permite registrar numa folha quadriculada a variação da posição (em centímetros) do bloco ao longo do tempo (em segundos), dado que o conjunto bloco - lápis tem massa de 100g, que a massa da mola é desprezível e que o conjunto é solto do repouso em sua posição máxima, obtenha:

- O fator de amortecimento.
- A variação de energia (E_2/E_0) do movimento após 2 ciclos.
- Suponha que num dado instante seja aplicada a força $F(t) = F_0 \cdot \text{sen}(\omega_f \cdot t)$, qual a frequência necessária para obtemos ressonância?
- A equação do movimento amortecido com os valores pertinentes

2) Uma partícula de massa 'm' presa a uma mola de constante elástica $k = 4 \text{ N/m}$ executa oscilações amortecidas estando na posição de maior elongação no instante $t = 0$. O período das oscilações amortecidas é $T = 2 \text{ s}$ e a energia inicial é 8J. A amplitude da oscilação reduz-se à metade após completar 2 ciclos. Determine:

- O fator de amortecimento.
- A massa da partícula.
- A amplitude inicial e após 2s do início do movimento.
- Escreva a equação geral para o movimento.

3) O gráfico horário da posição de uma partícula de massa $m = 0,10 \text{ kg}$ executando oscilações amortecidas é representado abaixo:

- Determine b e k .
- Escreva a equação da posição em função do tempo.
- Escreva a equação da velocidade em função do tempo.

4) Uma partícula de massa m é presa a uma mola de constante elástica k . Sobre ela é exercida uma força de resistência viscosa dada por $F(v) = -b \cdot v$ onde b é uma constante positiva e v sua velocidade instantânea. Dados: $m = 0,100 \text{ kg}$, $b = 3,00 \text{ kg/s}$ e $k = 10,0 \text{ N/m}$.

- A) Escreva a equação diferencial para o movimento.
- B) Verifique qual o tipo de oscilação.
- C) Escreva a equação supondo que $x(0) = 2,00 \text{ m}$ e $v(0) = 0$.
- D) Escreva a equação para $v(t)$.

5) Um corpo de massa 5 kg é preso a uma mola de constante elástica $k = 2 \cdot 10^3 \text{ N/m}$. Ele sofre a ação de uma força resistiva proporcional a sua velocidade instantânea. Verifica-se que após 4 oscilações a amplitude cai a $0,10$ da amplitude inicial. Determine:

- A) O período da oscilação.
- B) A constante de amortecimento.
- C) A razão entre a energia após um ciclo e a energia inicial.
- D) Se for aplicada uma força $F = 2 \cdot 10^3 \cdot \text{sen}(30t)$ haverá ressonância? Justifique.

Ondas Mecânicas

6) Uma onda harmônica transversal progressiva se propaga sobre o eixo x com comprimento de onda igual a $2,00 \text{ m}$, deslocamento transversal máximo de um ponto igual a $0,2 \text{ m}$ e $\Delta t = 4,0 \text{ s}$ (tempo decorrido entre a posição de equilíbrio e a posição de máximo deslocamento). Determine:

- A) A velocidade angular.
- B) A velocidade de propagação da onda.
- C) A equação da onda, sabendo que no instante zero para um ponto $x=0$ o deslocamento é nulo com movimento ascendente.
- D) O gráfico do deslocamento y em função do tempo para um ponto situado em $x=0$.

7) Uma onda regressiva se propaga em uma corda perfeitamente elástica de densidade linear $\mu = 0,01 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$. Sua frequência é 100 Hz e o comprimento de onda é $0,628 \text{ m}$. Sabe-se também que $\Psi(0, 0) = 0$ e a velocidade transversal do ponto $x=0$ em $t=0$ é igual a $0,314 \text{ m/s}$. Determine:

- A) A função de onda.
- B) A tração na corda.
- C) Esboçar os gráficos $\psi(x, 0)$ e $\psi(0, t)$.
- D) Calcule a elongação, a velocidade e a aceleração do ponto $x=6,28 \text{ m}$ no instante $t=0 \text{ s}$.

8) Uma onda transversal se propagando em uma corda elástica pode ser descrita pela seguinte função de onda: $y(x, t) = 0,0075 \cdot \text{sen}(0,4 \cdot \pi \cdot x + 250 \cdot \pi \cdot t)$.

- A) Determine A , T , f , λ e v .
- B) Faça um esboço do gráfico para $t=0$.
- C) O deslocamento está no sentido $+x$ ou $-x$?
- D) Sabendo que a densidade linear da corda vale $0,5 \text{ kg/m}$, qual a tração na corda?
- E) Determine a potência média transmitida pela onda.

9) A figura 1 mostra a fotografia de uma corda onde se propaga uma onda regressiva, tirada no instante $t=0$. O comprimento da corda é 10,0m e a massa 100g. A figura 2 mostra o gráfico horário do ponto $x=0$ em função do tempo. Determine:

- A velocidade de propagação da onda.
- A força de tração aplicada na corda.
- Escreva a função de onda correspondente.
- Determine a velocidade do ponto $x=0$ no instante $t=0$.

10) Uma onda estacionária é formada numa corda de comprimento 2,0m e massa 40g cujas extremidades são fixas. Sabe-se que a amplitude da onda é 4,0cm e que a fase inicial é nula e que o segundo harmônico tem frequência 500 Hz.

- Determine o comprimento de onda e a velocidade de propagação na corda.
- Escreva as funções das ondas componentes.
- Determine a velocidade do ponto em $x = 1,0\text{m}$ no instante $t = 0\text{s}$.
- Escreva a função da onda estacionária do modo fundamental.

EXERCÍCIOS EXTRAS

1) Uma partícula de massa 'm' é presa a uma mola de constante elástica 'k'. Sobre ela é exercida uma força de resistência viscosa dada por $F(v) = -b \cdot v$, onde 'b' é uma constante positiva e 'v' é a velocidade instantânea. Dados: $m = 1,00 \text{ kg}$, $b = 0,16 \text{ kg/s}$ e $k = 0,100 \text{ N/m}$.

A) Escreva a equação diferencial para o movimento. **R: $x'' + 0,16 \cdot x' + 0,10 \cdot x = 0$**

B) Verifique qual o tipo de oscilação.

R: Movimento Subamortecido

C) Escreva a equação horária da posição supondo $x(0) = 0,200 \text{ m}$ e $v(0) = 0$.

R: $x(t) = 0,206 \cdot e^{-0,08 \cdot t} \cdot \cos(0,306 - 0,255)$

D) Esboce o gráfico horário da posição.

E) Determine a amplitude da oscilação após 3 ciclos. **R: $A_3 = 1,492 \cdot 10^{-3} \text{ m}$**

2) O movimento de uma partícula de massa $m = 0,10 \text{ kg}$ movimentando-se sobre uma reta considerada como eixo x é descrito pela equação $x(t) = A_0 \cdot e^{-\gamma} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_0)$. Sabe-se que no instante $t = 0$, a partícula se encontra na origem com $v = 31,4 \text{ m/s}$ e que a frequência angular ω do movimento amortecido vale $3,14 \text{ rad/s}$. Após completar 1 ciclo, a energia vale metade da energia inicial.

A) Determine A_0 , γ e θ_0 .

B) Escreva a equação horária do movimento.

C) Determine a energia inicial da partícula.

D) Faça o esboço do gráfico da posição, mostrando dois ciclos completos.

E) Suponha que num dado instante, seja aplicada uma força $F(t) = F_0 \cdot \text{sen}(4 \cdot t)$, qual será o período do movimento após um longo tempo.

3) Uma onda contínua senoidal propaga-se em uma corda com velocidade de $0,80 \text{ m/s}$. O deslocamento das partículas da corda em $x = 10,0 \text{ cm}$ varia com o tempo de acordo com a equação $y = 5,00 \cdot \text{sen}(1,20 - 9,60 \cdot t)$, onde y é dado em milímetros e t em segundos. A densidade linear de massa da corda é $0,386 \text{ kg/m}$. A partir das informações dadas:

A) Determine a frequência da onda.

R: $f = 1,53 \text{ Hz}$

B) Determine o comprimento de onda.

R: $\lambda = 0,52 \text{ m}$

C) Escreva a equação geral para o deslocamento transversal das partículas da corda em função da posição e do tempo.

R: $y(x,t) = 5,00 \cdot \text{sen}(12,0 \cdot x - 9,60 \cdot t)$

D) Calcule a tração na corda.

R: $T = 0,25 \text{ N}$

4) A figura mostra a fotografia de uma corda onde se propaga uma onda regressiva de frequência 1,00 Hz, tirada no instante $t = 0$. O comprimento da corda é 20,0 m e a massa 0,200 kg. Determine:

Dados : onda regressiva
 $f = 1,00 \text{ Hz}$
 $t = 0$
 $L = 20,0 \text{ m}$
 $m = 0,200 \text{ kg}$
 $\lambda = 1,0 \text{ m}$

A) A velocidade de propagação.

R: $v = 1,0 \text{ m/s}$

B) A força de tração aplicada na corda.

R: $T = 0,01 \text{ N}$

C) Escreva a função de onda correspondente.

R: $\psi(x,t) = 0,2 \cdot \cos(2\pi \cdot x + 2\pi \cdot t - \pi/2)$

D) Determine a velocidade do ponto $x = 0$ no instante $t = 0$.

R: $v(0,0) = 1,3 \text{ m/s}$

E) Escreva a equação da onda que deveria ser sobreposta à onda dada para produzir ondas estacionárias.

R: $\psi(x,t) = 0,2 \cdot \cos(2\pi \cdot x - 2\pi \cdot t - \pi/2)$

5) Uma onda harmônica transversal progressiva sobre o eixo x , tem o comprimento de onda igual a 0,628 m. O deslocamento transversal máximo de um ponto é 0,200 m e o tempo que um ponto x leva para sair da posição de equilíbrio até o máximo deslocamento transversal é de 1,57 s. Determine:

A) A frequência angular da onda.

R: $\omega = 1 \text{ rad/s}$

B) A velocidade de propagação da onda.

R: $v = 0,1 \text{ m/s}$

C) A equação que descreve a onda, sabendo que no instante $t = 0$ e ponto $x = 0$ tem deslocamento transversal nulo e movimento ascendente.

R: $\psi(x,t) = 0,2 \cdot \sin(10 \cdot x - t)$

D) Faça o esboço do gráfico de deslocamento transversal em função do tempo para $x = 0$.

6) A Figura 1 mostra a fotografia de uma onda progressiva que se propaga numa corda, no instante $t = 0$. O comprimento da corda é de 10 m e a massa é de 100 g. A Figura 2 mostra o gráfico horário da mesma onda progressiva, para o ponto $x = 0$. Determine:

Figura 1

Figura 2

- A) A velocidade de propagação da onda.
R: $v = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$
- B) A força de tração na corda.
R: $F = 6,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$
- C) Escreva a correspondente função de onda.
R: $\psi(x,t) = 5,0 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}(84 \cdot x - 0,16t)$