Cálculo 2I

Prof. Serra

P1 – Aula A

O formulário está condicionado ao estudo feito pelo aluno para a realização desta prova, servindo como uma forma de recordação aos conceitos aprendidos.

$D_d f(P_0) = \text{grad} f(P_0) \cdot d = \vec{\nabla} f \cdot d \quad \text{com } |d| = 1$

Polares $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,\text{sen}\,\theta \end{cases}$

$J(u,v) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$

Normal: $\frac{(x-x_0)}{F_x(x_0,y_0,z_0)} = \frac{(y-y_0)}{F_y(x_0,y_0,z_0)} = \frac{(z-z_0)}{F_z(x_0,y_0,z_0)}$

O valor máximo de $D_d f$ ocorre quando d tem a direção de $\vec{\nabla} f$

Plano tangente: $F_x(x_0,y_0,z_0)(x-x_0) + F_y(x_0,y_0,z_0)(y-y_0) + F_z(x_0,y_0,z_0)(z-z_0) = 0$

INTEGRAIS IMEDIATAS

Sejam $\alpha \neq 0$ e k constantes reais. Das fórmulas de derivação seguem as seguintes de primitivação:

- $\int k\,dx = kx + c$
- $\int x^{\alpha}\,dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad (\alpha \neq -1)$
- $\int e^{x}\,dx = e^{x} + c$
- $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + c$
- $\int \cos x\,dx = sen x + c$
- $\int sen x\,dx = -\cos x + c$
- $\int \sec^2 x\,dx = tgx + c$
- $\int \sec x\, tg\, x\,dx = \sec x + c$
- $\int \sec x\,dx = \ln|\sec x + tgx| + c$
- $\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = arctgx + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = arcsen x + c$

Integral dupla

1. Calcule as seguintes integrais:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen\,x.\cos y\,dydx$

b) $\iint_D xy^2 dA, \quad D$ é limitada por $x = 0$ e $x = \sqrt{1-y^2}$

c) $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3+1}\,dydx$

2. Calcular a integral $\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 3e^{x^3}\,dxdy$

3. Dada a integral $\left[\int_0^1 \int_1^4 y.\cos(x^2)\,dxdy + \int_1^2 \int_{y^2}^4 y.\cos(x^2)\,dxdy\right]$. Pede-se:

a) Esboçar a região de integração.

b) Inverter o sentido de integração e calcular a integral.

4. Dada a função $f(x,y) = x.e^{y^2}$ e sendo R a região do primeiro quadrante limitada pelas parábolas $y = x^2$ e $y = 4x^2$ e pela reta $y = 4$.

a) Escreva a integral nas duas ordens de integração.

b) Calcule a integral mais conveniente.

META
Aulas de Reforço

Cálculo 2 – P1 2017 – Aula B
Escola de Engenharia Mauá
Prof. Serra

Maiores informações

4232-8220 (S.C.do Sul)

Coordenadas Polares

5. Calcule a seguinte integral utilizando coordenadas polares $\iint\left[\cos\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)\right]dxdy$ na região definida por: $x^2+y^2\leq 9; x\geq 0; y\geq x$.

6. Seja K a região definida por: $(x-3)^2+y^2\leq 9, x^2+y^2\geq 9, y\geq 0$
a) Esboce a região K
b) Calcule a integral $I=\iint_K \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$

7. Dada a região de integração: $D=\begin{cases}x^2+(y-2)^2\leq 4\\ y\leq x\end{cases}$ calcule a integral $I=\iint_D xdxdy$.

8. Utilizando a propriedade $\iint_{S\pm S'} f(x,y)dxdy=\iint_S f(x,y)dxdy\pm\iint_{S'} f(x,y)dxdy$, calcular a integral de $f(x,y)=x^2y$ na fronteira $\begin{cases}x^2+y^2\leq 1; x+y\leq 2\\ x\geq 0; y\geq 0\end{cases}$.

9. Calcule $I=\iint_R \sqrt{x^2+y^2}dA$, sendo R a região entre a circunferência de raio 1 de centro no ponto (0,1) e a circunferência de raio 2 com centro (0,2) com $\frac{\sqrt{3}}{3}x\leq y\leq x$.

Exercícios complementares

10. Seja $I=\iint_D e^{x^3}dx$, com $D=\{x^2\leq y\leq 4x^2, 0\leq x\leq 1$. Pede-se:
a) Escrever a integral dupla I com os respectivos extremos considerando a integração em x.
b) Idem em y.
c) Calcule a integral.

11. Dada a integral $\int_0^4\int_x^2 \frac{1}{1+y^2}dydx$, pede-se:
a) Esboçar a região de integração
b) Inverter o sentido de integração e escrever a integral com os respectivos extremos de integração;
c) Determinar o resultado da integral

12.
a) Escrever em coordenadas polares a equação da reta $y=x$ e da circunferência $(x-2)^2+y^2\leq 4$.
b) Seja $I=\iint_K dxdy$. Se K é o conjunto $\{(x-2)^2+y^2\leq 4; y\geq x$, escrever a integral I com extremos em coordenadas polares. Dê uma interpretação geométrica para esta integral (não há a necessidade de desenvolvê-la).
c) Calcular $\iint_B \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$ onde $B\{(x-2)^2+y^2\leq 4, 0\leq y\leq x$.

13. Uma lâmina circular tem centro na origem e raio 2, com $y\geq 0$ tem densidade superficial de massa $\sigma=x+2y^2$. Pede-se determinar a massa da lâmina.